

変動風速場シミュレーション波形に及ぼす 空間相関モデルの影響に関する基礎的研究

中野 康世

1. 序

構造物の風応答予測に用いられる周波数領域でのスペクトル応答法¹⁾は、構造物の線形応答を前提にしているため、部材の降伏などの非線型性を伴う場合や送電線の幾何学的大変形を伴う場合には適用できない。この場合には、時刻歴での逐次風応答法²⁾を使用するが、そのためには多自由度間の空間相関を反映した風速変動場の多次元時刻歴波形が必要である。時刻歴波形の生成には Davenport 型風速場モデルを用いた岩谷の手法³⁾が知られているが、岩谷は風速変動場に及ぼす乱れのスケールや2点間の空間相関の影響などをそれほど精査していない。本論では、多次元自己回帰モデルを利用した変動風速場シミュレーション波形に及ぼす乱流構造の影響とその生成波形の目標乱流場に対する適合度を検証する。

2. 自己回帰法によるスペクトル計算の概要

(1)自己回帰モデル法 (AR モデル法)⁴⁾

時刻 i での n 次元変動風速ベクトル \mathbf{u}_i が m 次の自己回帰モデルで次式で表わされるとする。

$$\mathbf{u}_i + \sum_{l=1}^m \mathbf{a}_l \mathbf{u}_{i-l} = \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad i = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (1)$$

ここに、 \mathbf{a}_l , $l = 1, \dots, m$ は自己回帰係数マトリックスであり、 $\boldsymbol{\varepsilon}_i = [\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \dots, \varepsilon_{ni}]^T$ は平均値ゼロの White noise ベクトルで次の性質を持つ。

$$E[\boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\varepsilon}_k^T] = \begin{cases} \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2 & (i=k) \\ 0 & (i \neq k) \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 $\sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2$ は white noise ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ の共分散マトリックスである。また、 n 次元変動風速ベクトル \mathbf{u}_i の共分散マトリックス \mathbf{R}_k と $\sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2$ は次の関係がある。

$$\mathbf{R}_k = -\sum_{l=1}^m \mathbf{a}_l \mathbf{R}_{k-l} \quad (k \neq 0) \quad (3)$$

$$\sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2 = \mathbf{R}_0 + \sum_{l=1}^m \mathbf{a}_l \mathbf{R}_{-l} \quad (4)$$

また、式(1)に対する AR スペクトル式は次式で表される。

$$\mathbf{S}(n) = \Delta t \mathbf{A}(n) \sigma_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2 \mathbf{A}^{*-lT}(n) \quad (5)$$

ここに*は複素共役を表し、

$$\mathbf{A}(n) = \mathbf{I} + \sum_{l=1}^m \mathbf{a}_l e^{-j2\pi n l \Delta t} \quad (6)$$

であり、 \mathbf{I} は単位マトリックスである。

目標とするスペクトル構造をもつクロススペクトルを設定し、これを相互相関マトリックスに変換すれば式(3)から自己回帰次数 m を定めることによって自己回帰係数マトリックス \mathbf{a}_l を得ることができ、自己回帰式(1)より変動風速ベクトル $\mathbf{u}(t)$ をシミュレートできる。

3. 目標風速場の設定

本報告では、Kármán 型及び Davenport 型の等方性乱流構造⁵⁾を目標風速場とし、スペクトル式を以下のように定めた。

$$\text{Kármán 型} \quad S_u(n) = \frac{2\overline{u^2}L_x}{U} \left[1 + \left(\frac{2cnL_x}{U} \right)^2 \right]^{-5/6} \quad (7)$$

ここに、 n は周波数で、 $c=4.2065$

Davenport 型

$$S_u(n) = \frac{8}{3} c^2 \overline{u^2} \left(\frac{L_x}{U} \right)^2 n \left[1 + 8c^2 \left(\frac{nL_x}{U} \right)^2 \right]^{-4/3} \quad (8)$$

上式はいわゆる Davenport の式からスペクトルピーク周波数をもとに乱れのスケールが陽になるように表現したものである。

また、無次元クロススペクトルを以下とする。

$$\text{Kármán 型} \quad \tilde{S}_u^c(\eta, n) = \exp(-k_1 \theta) (1 - k_2 \theta) \quad (9)$$

$$\text{ここで, } k_1=1.0, k_2=0.2, \theta = \left[\left(0.747 \frac{\eta}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{2\pi m \eta}{U} \right)^2 \right]^{1/2}$$

なお式(7)は第2種変形ベッセル関数を使用して表現される本来の Kármán 型無次元クロススペクトルの数学的近似式である。

Davenport 型

$$\tilde{S}_u^c(\eta, n) = \exp(-k_r |m\eta|/\bar{U}) \quad (10)$$

ここで, k_r は 7~8 の定数

上記スペクトル式において高度 10m での平均風速 $\bar{U}=40\text{m/sec}$, 乱れの強さ $I=5\%$, 乱れの縦方向スケールを $L_x=50\text{m}, 100\text{m}$, サンプリング周波数 5Hz, データ数 3600, 生成 AR 次数 60,100 でシミュレートした。図 1 の鉛直配置 shear flow モデルでは 10 質点を地表面と垂直に等間隔に配置したもので平均風速と乱れのスケールはべき指数法則(べき指数 1/7)に従って分布, 乱れの強さは高さ 10m で 5% とし, これに対応する乱れの絶対強さは高さ方向で一定とした。図 2 の水平配置一様流モデルでは着目する質点数を 10 質点として同一高度(高度 10m)に等間隔に並んでいるものとした。また, それぞれの位置での平均風速と乱れの強さ及び乱れのスケールを一定とした。生成波形のスペクトル解析には 2 次元 AR 法を用い, AR 次数の決定には FPE 基準を用いた。AR 次数の表示値については, 波形生成時とパワースペクトル解析時を区別して波形生成時の AR 次数を「生成 AR 次数」と表記する。

4. 計算結果

図 3 は生成させた風速変動波形の例である。図 4 に図 3 の風速波形の頻度分布を示す。生成波形は正規性を十分に示している。図 5 と 6 に AR モデル法で生成した波形が目標スペクトル (Kármán 型及び Davenport 型) に広い周波数範囲で概ね適合できた例を示す。図に示す例は, Kármán 型の場合 AR モデル法で生成 AR 次数=60 の波形, Davenport 型の場合 AR モデル法で生成 AR 次数=100 のスペクトル形状を示す。生成波形の乱れのスケールが目標値にどの程度適合しているかを乱れのスケール比 (生成波形 / 目標値) で検討した結果を図 7~10 に示す。縦軸は乱れのスケール比であり, 値が 1 に近いほどシミ

ュレート波形の乱れのスケールが目標とする乱れのスケールに近いということである。横軸は各質点番号である。いずれの場合も質点位置により多少のばらつきはあるが, Kármán 型では生成 AR 次数は 60 前後で目標値に概ね近づき, 次数を上げ 100 程度にするとさらに改善される。また, 目標値に対する適合度は質点位置全体で必ずしも一致しない。一方, Davenport 型では Kármán 型に比べて全般的に適合度が悪く, 生成時 AR 次数を 100 前後まで上げて精度はあまり改善されず, シミュレート波形は目標値を下回る傾向にある。図 11 と 12 に生成波形の生成波形の無次元クロススペクトル(コ・コヒーレンス)を示す。横軸に実周波数を, 縦軸に無次元クロススペクトルの実数部, すなわちコ・コヒーレンスを示す。理論値によく対応した結果が得られている。また, 図 13~16 に Kármán 型と Davenport 型モデルのシミュレート波形の無次元グロススペクトルを比較した。無次元クロススペクトル式の大きな相違点は周波数ゼロでのコヒーレンスと高周波数領域において負値であるのだが, 両者は 2 点間距離が大きくなるに連れてその差が顕著になる。シミュレート波形はいずれのモデルに対しても適合できるが, 実測や実験での測定波形によく見られ, また乱流理論にも矛盾の少ない Kármán 型モデルのシミュレート波形を利用する方がより適切である。

5. むすび

これまで無次元クロススペクトルに関しては Davenport 型モデルを使用することが広く行われているが, 現象的にも理論的にも Davenport 型より Kármán 型の乱流モデルの方がより優れていること, 無次元クロススペクトルを用いても十分に目標値にシミュレートできることなどから強風時での構造物の時刻歴応答計算には Kármán 型の乱流構造をシミュレートした風速変動波形を用いることがより適切であると言える。

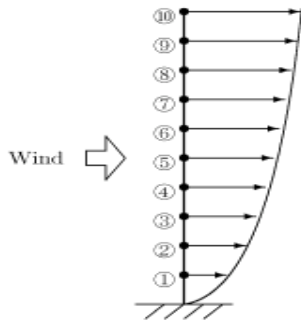


図1 鉛直配置 shear flow モデル

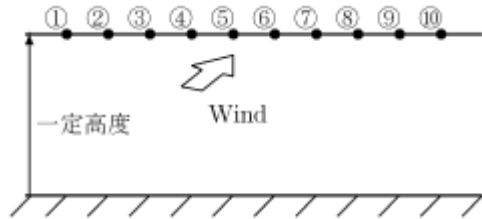


図2 水平配置一様流モデル

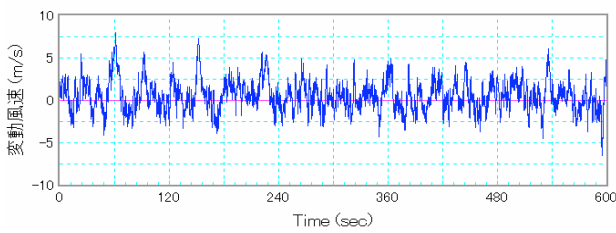


図3 生成波形 (Lx=100 Kármán 型)

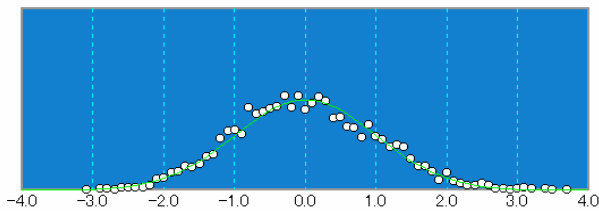


図4 生成波形の頻度分布 (Lx=100 Kármán 型)

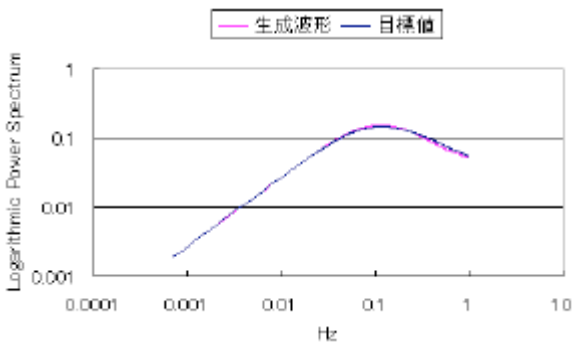


図5 生成波形のパワースペクトル (Lx=100, Kármán 型 鉛直配置 shear flow モデル)

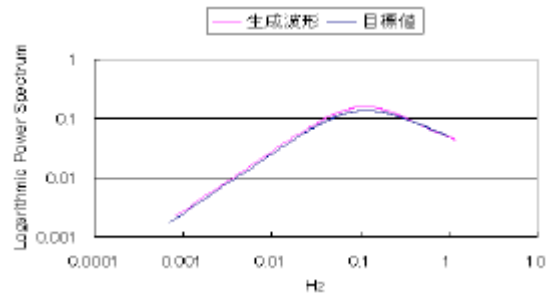


図6 生成波形のパワースペクトル (Lx=50, Davenport 型鉛直配置 shearflow モデル)

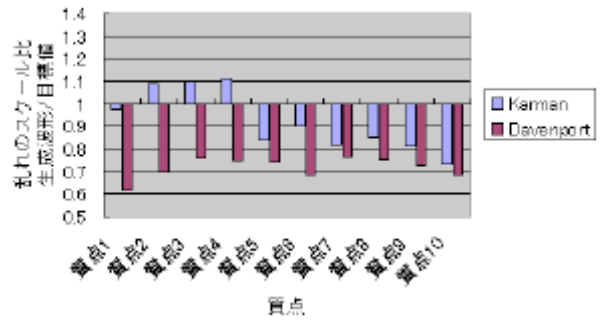


図7 乱れのスケール精度・水平配置一様流モデル (Lx=100, 生成 AR 次数 100, 質点間隔 10m)

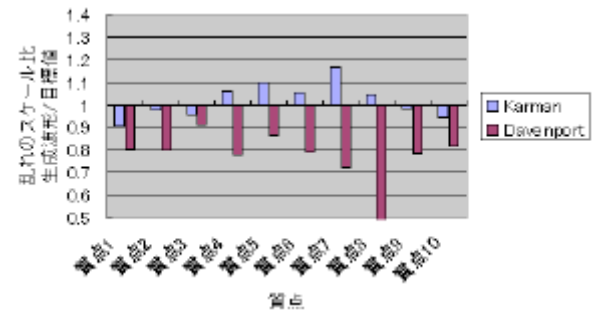


図8 乱れのスケール精度・水平配置一様流モデル (Lx=50, 生成 AR 次数 60, 質点間隔 20m)

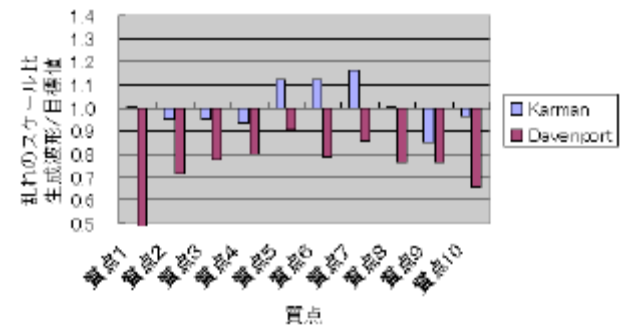


図9 乱れのスケール精度
・鉛直配置 shear flow モデル (Lx=100, 生成 AR 次数 100, 質点間隔 20m)

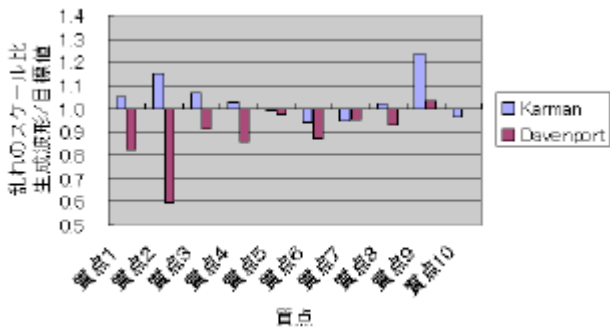


図 10 乱れのスケール精度
・鉛直配置 shear flow モデル
($L_x=50$, 生成 AR 次数 100, 質点間隔 10m)

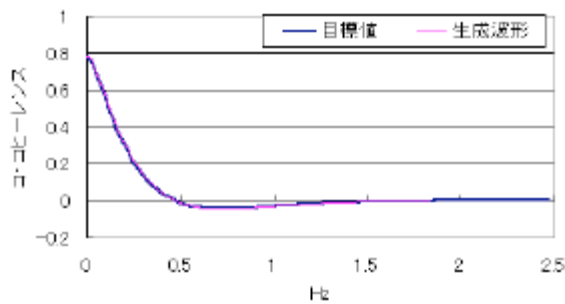


図 11 生成波形のコ・コヒーレンス
($\eta / L_x = 0.3$, Kármán 型, 水平配置一様流モデル)

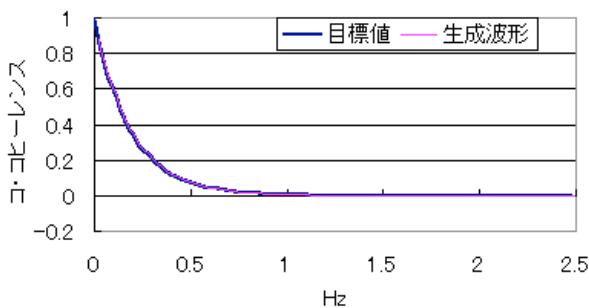


図 12 生成波形のコ・コヒーレンス
($\eta / L_x = 0.3$, Davenport 型, 水平配置一様流モデル)

参考文献

- 1) 建築物荷重指針・同解説, 第 6 章, 日本建築学会, 1993
- 2) 大熊他; エネルギーの釣合に基づく高層建築物の風直角方向弾塑性振動の応答予測, 風工学シンポジウム論文集, 1996
- 3) 岩谷; 任意のパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元の風速変動のシミュレーション, 日本風工学研究会誌, 第 11 号, 1982
- 4) 前田, 牧野; 変動風速のスペクトル計算法について, 日本建築学会論文報告集, 第 300 号, 1981
- 5) 前田, 牧野; 大気乱流の平均流方向成分の統計的性質に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 第 287 号, 1980.

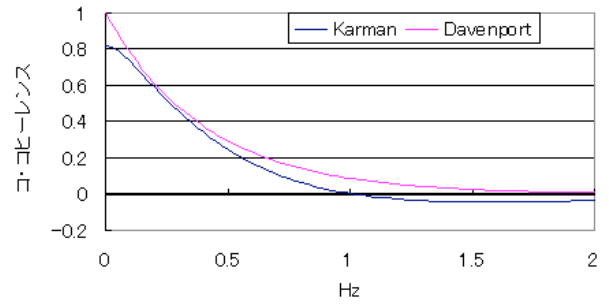


図 13 コ・コヒーレンス・水平配置一様流モデル
($\eta / L_x = 0.3$, Kármán 型と Davenport 型)

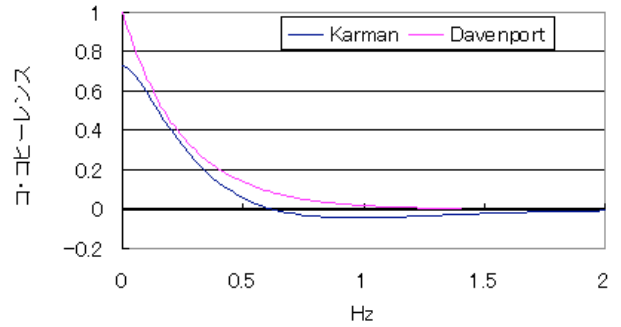


図 14 コ・コヒーレンス・水平配置一様流モデル
($\eta / L_x = 0.5$, Kármán 型と Davenport 型)

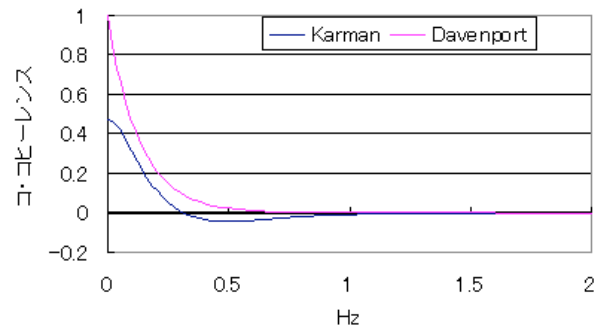


図 15 コ・コヒーレンス・水平配置一様流モデル
($\eta / L_x = 1.0$, Kármán 型と Davenport 型)

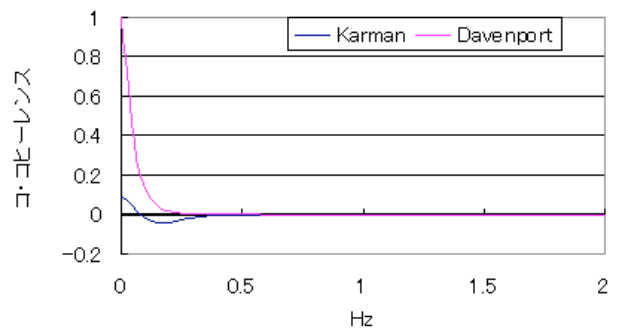


図 16 コ・コヒーレンス・水平配置一様流モデル
($\eta / L_x = 3.0$, Kármán 型と Davenport 型)